

基于荷载富余值算法的构件正截面 承载力验算程序的研发

陈学伟, 林 哲

(WSP 科进香港有限公司, 香港 999077)

[摘要] 钢筋混凝土任意截面构件的正截面承载力验算是结构构件设计中的一个重要环节, 由于异形柱与短墙肢的广泛应用, 混凝土设计规范中的手算经验公式并不适用, 采用正截面承载力相关性曲面或曲线分析方法是相对准确的设计方法, 国外构件设计软件功能虽然能实现相关性曲面分析, 但是前后处理操作繁琐, 且计算相关性曲面后还需要进行几何判断才能确定承载力是否满足规范要求, 对于大量竖向构件的实际工程并不适用。笔者研发了基于荷载富余值算法的正截面验算程序 ETE-Section, 可快速生成任意截面构件相关性曲线, 并且能快速判断承载力是否满足规范要求。该程序可作为复杂结构构件截面设计的可靠工具。

[关键词] 短肢墙; 异形柱; 正截面承载力验算; 荷载富余值; 软件研发; 香港规范

中图分类号: TU311.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-848X(2021)S2-1026-05

Development of section load-bearing capacity analysis program based on load fraction computation method

CHEN Xuewei, LIN Zhe

(WSP Hong Kong, Co., Ltd., Hong Kong 999077, China)

Abstract: The checking of load-bearing capacity of irregular reinforced concrete is an important part of structural design procedure. Due to the wide application of irregular columns and short-limbed walls, the hand calculation formula in the current reinforcement concrete design code is not applicable. The cross-section axial force and biaxial bending moment interaction curve or surface analysis method is the correct method. The current design softwares can generate interaction curve, but the pre-processing and post-processing operations are complicated, and the geometric judgment is required after generating the interaction surface to check the capacity. The program ETE-Section for irregular section based on load fraction method is developed, which can quickly generate the interaction curve of irregular section and quickly check the capacity. This program can be used as a tool for the section design of complex structural members.

Keywords: short-limbed wall; irregular column; section capacity checking; load fraction; software development; Hong Kong code

0 前言

在现代的高层住宅或公寓的结构设计中, 为了提高得房率, 在结构布置上越来越多地采用短肢剪力墙或异形柱等不规则截面的竖向构件。对于矩形截面与圆柱截面的竖向构件, 工程师可以根据钢筋混凝土结构设计规范提供的简化公式进行验算^[1], 但对于如 L 形、U 形、Z 形及 T 形等不规则截面的竖向构件, 通过经验公式将双轴弯矩简化为单轴弯矩, 会导致较大的误差。上述复杂截面可采用 Xtract^[2]、Adsec^[3]等截面分析程序进行验算, 此类程序的操作步骤是: 先输入配筋情况, 再生成正截面承载力相关曲面 (以下简称 PMM 曲面), 然后将内力组合点投射在 PMM 曲面内进行判断是否满足承载力要求。对于实际工程项目, 剪力墙或异形柱构件数量较多, 采用该

方法操作步骤繁琐、效率较低且容易出错, 因此笔者开发了一款基于轴力与双向弯矩的正截面承载力验算程序 ETE-Section, 该程序能方便计算出任意截面件的正截面承载力, 可对实际工程中的多个竖向构件进行批量验算与配筋, 满足工程师在实际工程中对大量竖向构件进行设计及优化的需要。

1 程序编制原理

传统任意截面构件正截面相关性承载力曲面 (简称 PMM 曲面) 的计算方法流程^[4]如下: 1) 将截面离散成纤维单元^[4]; 2) 假定一定轴力 P 作用下, 试算中和轴位置, 包括中和轴斜率; 3) 根据中和轴位置求解每个纤维的应力; 4) 根据材料

作者简介: 陈学伟, 博士, 高级工程师, Email: dinochen1983@qq.com。

本构关系及纤维应变求解纤维应力; 5) 对纤维应力进行数值积分得到截面抗力弯矩 M_x 与 M_y 。通过上述步骤, 不断改变轴力 P 即可得到 PM 曲线或 PM 曲面。传统方法需要对中和轴的位置不断试算, 详细可参考文献的做法。

本文为了快速进行截面验算, 并不是采用上述方法, 而是采用基于学者 Kwan 等^[5]提出的格林公式应力积分法进行改进的计算方法。Vivo 等^[6]和 Kwan 等^[5]考虑到当时的计算机求解能力, 利用格林公式将应力的面积积分转换为边界积分的方法求解截面承载力曲线或曲面, 提高其计算效率。文献中提到荷载富余值的概念。荷载富余值 $\lambda=OL/OS$, 如图 1 所示, 其中 OL 是内力组合点与原点距离, OS 是三维的 PMM 曲面上点到原点距离。该荷载富余值有利于快速判断构件内力是否满足截面承载力要求, 同时提高计算 PM 曲面的迭代速度。

本文基于 Kwan 论文对构件内力荷载富余值的求解方法拓展到 PMM 曲面的求解, 考虑到现代计算机的计算能力, 并考虑到材料本构曲线的拓展, 并采用原有纤维离散积分法代替边界积分法。

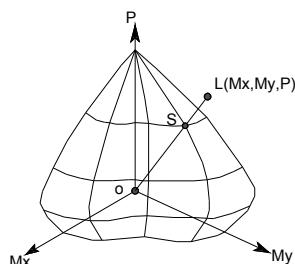


图 1 荷载富余值 λ 的定义图

1.1 主要计算公式与计算流程

根据平截面假定, 截面上的应变分布满足平面方程, 如式所示。传统方法是假定受压区高度 h , 中性轴斜率 θ , 截面弯曲曲率 Φ 三个未知量, 如图 2 所示。本文采用方法是直接假定空间平面方程, 如式 (1) 所示, 中性轴为零平面 ($z=0$) 与方程平面的相交线。平面上的任意点的应变可以通过式 (1) 求得。对全部纤维点求解最大值, 当最大值应变达到混凝土极限应值时, 截面达到承载力。

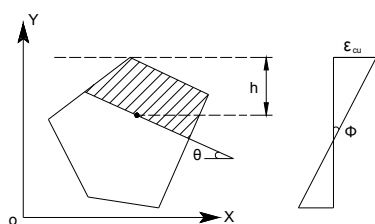


图 2 计算截面的 3 个未知量 h, θ, Φ

$$\varepsilon = a + bx + cy \tag{1}$$

$$\max(a + bx + cy) = \varepsilon_{cu} \tag{2}$$

荷载富余值 λ 为外荷载向量与抗力向量的比值, 如式 (3) ~ (5) 所示。

$$\lambda L = S \tag{3}$$

$$L = \begin{bmatrix} P \\ M_y \\ M_x \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$S = \begin{bmatrix} \int \sigma dA \\ \int \sigma x dA \\ \int \sigma y dA \end{bmatrix} \tag{5}$$

未知变量 a, b, c 的初始值可以能通过弹性方程式 (6) 得到, 其中截面刚度矩阵可通过纤维积分得到, 如式 (7) 所示。为了提高计算效率, 不采用切线刚度矩阵, 截面刚度矩阵保持不变, 如式 (7) 所示。变量 a, b, c 通过式进行修正, 保证最大应变等于混凝土极限应变, 见式 (2)。

$$\begin{bmatrix} P \\ M_y \\ M_x \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$K = \begin{bmatrix} \int EdA & \int ExdA & \int EydA \\ \int ExdA & \int Ex^2 dA & \int ExydA \\ \int EydA & \int ExydA & \int Ey^2 dA \end{bmatrix} \tag{7}$$

根据文献推导, 每个试算步的荷载富余值 λ 的按式 (3) 求逆得到, 下一步变量 a, b, c 的试算值按式 (8) 计算得到。

$$\begin{bmatrix} a_{i+1} \\ b_{i+1} \\ c_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{a}_i \\ \bar{b}_i \\ \bar{c}_i \end{bmatrix} \left[\frac{\partial S}{\partial (a, b, c)} \right]^{-1} (\lambda_i L - S_i) \tag{8}$$

$$w = \frac{|\lambda L - S_i|}{|S_i|} \tag{9}$$

按式 (9) 计算收敛参数 w , 当参数 w 足够小时代表荷载富余值计算收敛。整个荷载富余值的计算流程如图 3 所示。

1.2 PM 曲线的计算

通过上述方法, 用户只需要输入特定的内力 (P, M_x, M_y) 组合, 程序就可以根据截面材料及钢筋布置, 计算得到荷载富余值 λ , 那么实际的 PMM 曲面上的点, 即为 $(P \times \lambda, M_x \times \lambda, M_y \times \lambda)$, 如图 4 所示, 通过多个荷载点就可求得任意弯矩角的 PM

曲线。由于双轴弯矩存在，即弯矩角不等于 0° 或 90° ，对于任意截面中和轴角度并不等于弯矩角，但采用上述方法可直接求出任意弯矩角度的 PM 曲线而无需进行中和轴斜率的循环试算。

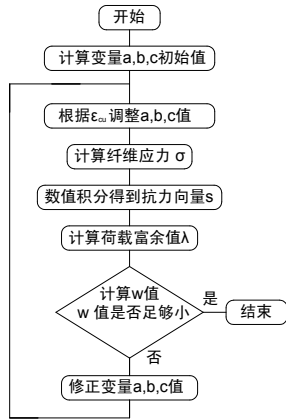


图 3 荷载富余值计算流程图

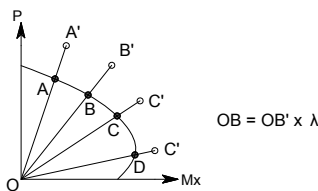


图 4 PM 曲线的求解方法

1.3 材料本构关系

材料本构模型根据香港混凝土设计规范《Code of Practice for Structural Use of Concrete 2013》^[1]的相关规定取值。混凝土及钢材均采用单轴应力-应变关系模型，不考虑混凝土抗拉强度。

1.4 构件承载力验算

传统基于 PMM 曲面的构件截面承载力复核方法^[7]是将内力组合点 (P, M_x, M_y) 放入 PMM 曲面中进行对比，如果点均在曲面内表明构件满足承载力要求，商业程序 Adsec 采用的就是此方法。该方法需要人工判断或需要耗时的计算几何算法判别，而且当配筋不满足承载力要求时，不能马上进行重新配筋设计。本文采用的计算方法直接得到荷载富余值 λ，并不需要得到 PMM 曲线即可知道构件是否满足承载力要求。当荷载富余值大于 1.0 时，截面满足承载力要求。本文方法还可以计算得到 P-M_x-M_y 的最不利组合，即荷载富余值出现最小值，代表该 P-M_x-M_y 组合最不利。

2 ETE-Section 基本模块及特点

ETE-Section 程序主要由截面信息建模模块、CAD 导入导出模块、截面 PM 分析及构件内力分

析模块组成，程序界面直观，操作方便，如图 5 所示。

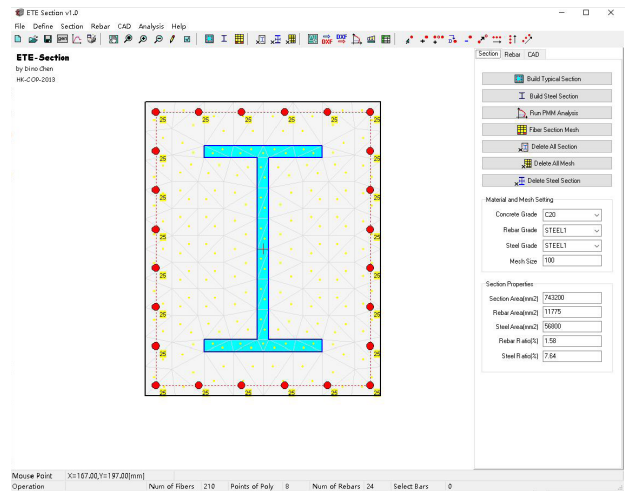


图 5 ETE-Section 程序主界面图

2.1 截面建模方法

截面输入模块基本上包括常用的混凝土截面，可采用参数化输入快速建模。钢筋布置可直接在程序的图形界面进行布置，提供多种建模方法包括对齐、平移及复制等。任意截面及其钢筋布置可以通过 AutoCAD 的 DXF 文件导入。程序自带截面划分功能，采用 Delaunay 三角形划分方法^[8]对纤维进行剖分，可由用户定义划分网格密度。

2.2 PM 曲线分析及结果输出

输入截面信息后，可进行任意角度的 PM 曲线分析，分析结果可导出 EXCEL 格式，并输出 PDF 计算报告，如图 6 所示。

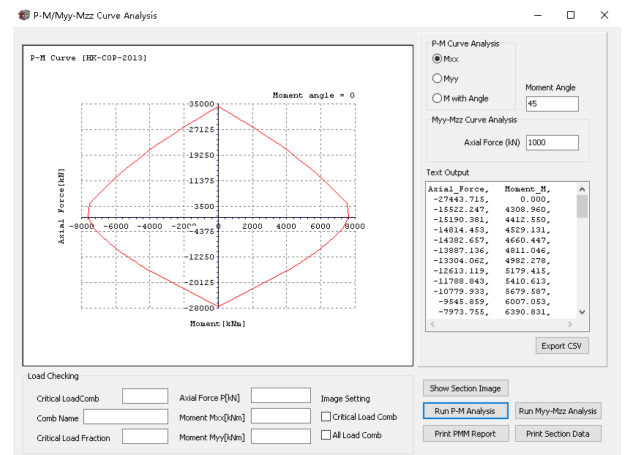


图 6 ETE-Section 分析结果输出界面

2.3 构件内力验算

程序可导入内力工况 (P, M_x, M_y) 数据表格，批量计算所有内力工况的荷载富余值，如表 1 所示。

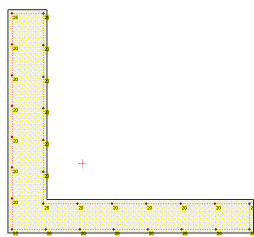
荷载富余值计算 表 1

组合工况	P(kN)	Mx(kN·m)	My(kN·m)	荷载富余值	
				SADS	ETE-SEC
1	217.12	216.56	92.34	1.901	1.909
2	253.14	114.04	50.76	4.500	4.502
3	176.03	160.32	77.31	2.512	2.525
4	176.42	178.74	61.27	2.430	2.448
5	170.71	156.40	62.40	2.738	2.750
6	182.72	201.13	62.21	2.162	2.187

3 ETE-Section 截面分析算例验证

为验证 ETE-Section 程序计算的正确性，以 L 形截面为例，与 Adsec 程序进行对比。对比结果如图 7 所示，可见 ETE 的计算结果与 Adsec 的计算结果吻合。

算例 1：混凝土材料 C50，L 形截面尺寸为 2000×2200×300×350，纵筋与外边缘的距离为 35mm，钢筋强度为 460MPa，配置 6Φ25+22Φ20，配筋率为 0.79%。



(a) L 形截面

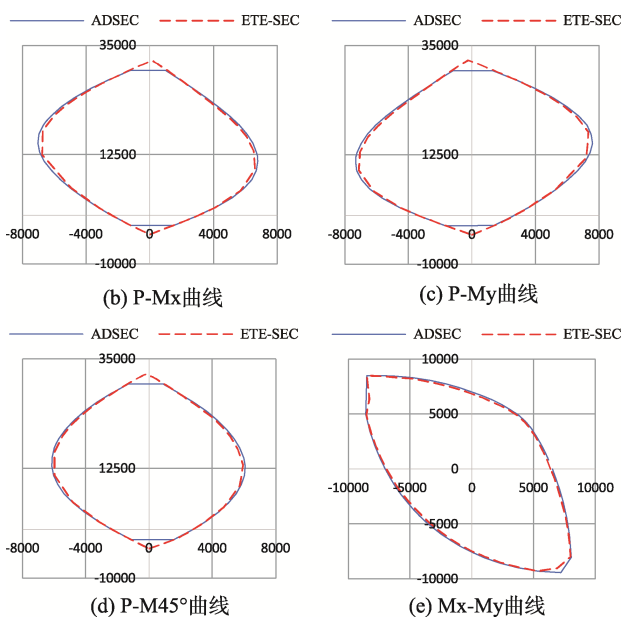


图 7 PM 曲线结果对比

4 ETE-Section 截面承载力验算对比

为验证 ETE-Section 程序对构件承载力复核的正确性，与香港结构设计程序 SADS 进行对比，

分析矩形柱在不同受力工况下的截面承载力，对比两者计算的荷载富余值。对比结果如图 8 所示，可见 ETE 的构件复核结果准确。

算例 2：混凝土材料 C40，截面尺寸为 500×700，纵筋与外边缘的距离为 52.5mm，钢筋强度为 500MPa，配置 8Φ20，配筋率为 0.8%。采用 ETE-Section 和 SADS 进行承载力验算，所得荷载富余值对比结果如图 8 所示，表明 ETE-Section 与 SADS 计算结果基本一致。

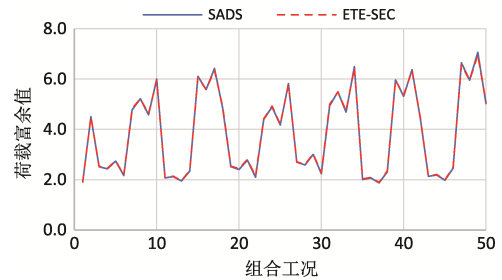


图 8 荷载富余值计算结果对比

5 ETE-Section 在实际工程中的应用

由于实际工程项目存在大量的框架柱、剪力墙和短肢墙，对每个截面进行信息输入，其工作量较大且难以应用，因此笔者把 ETE-Section 构件验算功能移植至结构分析程序 ETE-SADP 中，ETE-SADP 程序自动将竖向构件进行建模、配筋及纤维划分，最终计算不同工况组合下的构件荷载富余值，如果富余值小于 1.0，程序自动增加配筋率，每级增加 0.02%配筋率，直到截面的荷载富余值略大于 1.0，程序对所有剪力墙进行配筋，最终输出计算书与截面配筋率。

算例 3：短肢剪力墙结构，平面布置如图 9 所示，共 12 层，层高 3.5m，混凝土等级为 C45，墙厚为 300mm，附加恒载 1.5kPa，活载 5.0kPa，楼板厚度为 150mm。SADS 程序与 ETE-SADP 程序计算所得短肢墙配筋对比如表 2 所示，结果相近。异形柱、短肢墙等构件在进行正截面承载力验算的过程中无需另行建模计算截面 PMM 曲面即可直接判断配筋是否满足承载力要求，提高了结构构件验算的效率。

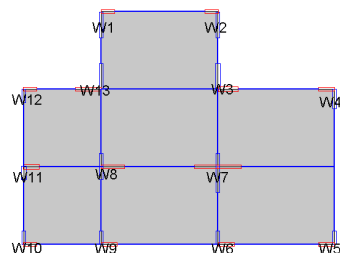


图 9 墙肢构件编号图

短肢墙配筋率结果对比 表2

墙肢	ETE-SEC	SADS	墙肢	ETE-SEC	SADS
W1	4.82	4.56	W8	1.07	0.96
W2	4.82	4.56	W9	4.31	4.11
W3	0.4	0.40	W10	2.52	2.38
W4	2.32	2.14	W11	2.66	2.49
W5	3.26	3.12	W12	0.4	0.40
W6	1.71	1.55	W13	2.96	2.88

6 结语

本文介绍了任意截面构件正截面承载力验算程序 ETE-Section 的编制原理、主要功能及工程应用。工程应用表明,ETE-Section 具有计算高效、前后处理方便的特点,作为一款构件验算程序,计算结果与 Adsec 和 SADS 基本一致,笔者将 ETE-Section 移植到 ETE-SADP 当中,使程序可以直接计算构件的荷载富余值,代替生成 PMM 曲面后再进行几何判断,提高了工程师进行构件配筋计算的效率。

参 考 文 献

- [1] Code of Practice for Structural Use of Concrete 2013[S] 香港,屋宇署,2013.
- [2] 曹伟良,练贤荣,张良平. 基于 SATWE/ETABS 压弯构件纤维模型批量验算方法研究[J]. 建筑结构, 2011, 41(S1): 1461-1463.
- [3] OasysAdsec Help Manual.[R] Oasys Ltd.2016.
- [4] 韩小雷,陈学伟,林生逸,等. 基于纤维模型的超高层钢筋混凝土结构弹塑性时程分析[J]. 建筑结构, 2010, 40(2): 13-16.
- [5] KWAN K H, LIAUW T C. Computerized ultimate strength analysis of reinforced concrete sections subjected to axial compression and biaxial bending[J]. Computers & Structures, 1985, 21(6): 1119-1127.
- [6] VIVO L D, ROSATI L. Ultimate strength analysis of reinforced concrete sections subject to axial force and biaxial bending[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, 166(3/4): 261-287.
- [7] 焦柯,赵云龙,赖鸿立,等. 任意截面组合构件正截面承载力验算软件 SRTRACT 研发及应用[J]. 建筑结构, 2017, 47(19): 97-101.
- [8] 危大结,舒赣平. 自由曲面网格的划分与优化方法[J]. 建筑结构, 2013, 43(19): 48-53.